

关于回文子串数量的相关证明

I. 结论:

对于一个长度为 n 的字符串 S , S 中的本质不同¹的回文字串数量不会超过 n 个

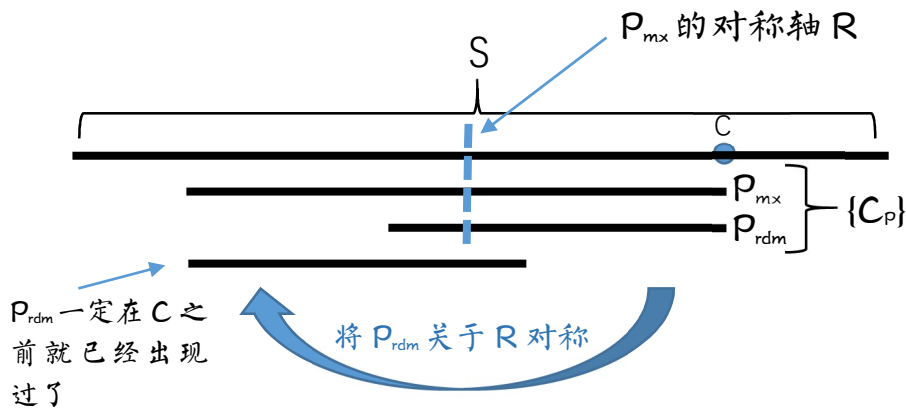
II. 证明:

1. 相关约定:

- ① 对于任意一个本质不同的回文串 P , 我们选择 P 在原串 S 中第一次出现²的位置的结尾字符³ c 作为代表元
- ② 设 c 为结束字符的回文串集合为 $\{C_p\}$
- ③ 设 $\{C_p\}$ 中最长的回文串为 P_{mx}
- ④ 设 $\{C_p\}$ 中除 P_{mx} 以外的任意回文串为 P_{rdm}

2. 证明:

对于原串中的每一个字符 c , 由回文串的对称性可得: P_{rdm} 一定是 P_{mx} 的前缀。所以 P_{rdm} 这个回文串对应的代表元一定不是 c 。即 P_{rdm} 一定在此之前出现过了, 如图一:



因为 P_{mx} 可能在此之前已经出现过, 所以 P 的代表元也不一定是 c 。
综上对于 S 中的任意一个字符 c , 其至多成为一个本质不同的回文串的代表元。
又 S 中只有 n 个字符。所以 S 中至多有 n 个本质不同的回文串。

¹ 组成相同, 位置不同的回文字串算一个

² 从左至右

³ 即回文串 P 的最后一个字符