这是今天最简单的一道题。。给大家送分了。

一、证明： $fn \equiv 0(\mathrm{mod}\ fm) \Leftrightarrow n \equiv 0(\mathrm{mod}\, m)$ （当 m >= 3）

证明很简单，我们考虑所有 fn mod fm 的值。

显然 fm mod fm = 0

所以 fm+1 = fm+2(mod fm),设其值为 x

所以 f(2*m) = x * fm = 0(mod fm)

所以每隔 m 个数都会 mod fm = 0

所以如果 n 是 m 的倍数，则 fn 是 fm 的倍数

那么如果 fn 是 fm 的倍数，则 n 是不是一定会是 m 的倍数呢？

这个也是很显然的，如果 n 不是 m 的倍数,可以推出 f(n%m) = 0（mod fm）

但是当 m>=3 的时候

f1 ~ fm-1 都比 fm 小所以不可能有 f(n%m) = 0(mod fm)

但是 m = 2 是特例，因为 f2 = f1 = 1，所以需要特判。

二、有了以上结论：题目就转化成了求 n 的所有约数的个数，以及所有约数的平方的和。

方法 1：在 sqrt(n)的时间内枚举 n 的所有约数，直接计算,期望得分 60

方法 2：定义函数 f(n) = n 的所有约数的个数，g(n) = n 的所有约数的平方的和

显然 f(x*y) = f(x) * f(y)[当(x,y) = 1],也就是说满足积性

所以我们可以在利用线性筛法在 O(n)的时间内预处理出所有的 f 函数，然后再 O(1)回答。

G 函数类似。

期望得分 100

还有一点要注意：对于所有的奇数 n,因为 f2 = 1，所以 fn 一定是 f2 的倍数，所以 2 应该也要算到答案里去。

三、给出一个更强的结论： $\gcd(fn, fm) = f(\gcd(n, m))$

证明思路类似，请大家自行思考。

四、推荐一篇关于积性函数的论文:

11 年冬令营营员交流贾志鹏：http://115.com/file/dpymm9lp