

关于 Pollard_Rho 的期望复杂度的证明

设我们要分解 n , $n=n_1n_2(n_1 \leq n_2)$, 我们构造的序列为 a_i , $a_i \% n_1 = b_i$

为 a_i 可近似看为随机序列, 根据生日悖论可以推出其出现循环的期望步数为 \sqrt{n} , b_i 同理。

因为 $n > n_1$, 所以在 b_i 循环之后, a_i 有很大可能没有进入循环, 此时 $a_i - a_j = (k_i n_1 + b_i) - (k_j n_1 + b_j) = (k_i - k_j) n_1 + (b_i - b_j) = (k_i - k_j) n_1$ 。于是求 gcd 即可求出 n_1 。