解题报告 • LitPanels

ZYQN

成都石室中学

zyqn1227@gmail.com

2017 年 2 月 16 日

目录

题目大意

给定一个 $n \cdot m$ 的棋盘，起初每一个格子都是白色

现在你可以摆放至多两个 $x \cdot y$ 的方框（可以重叠）

之后你可以在方框覆盖的区域内任意涂一些格子为黑色

问棋盘最终有多少种不同的涂色方案

定义两个涂色方案不同：至少存在一个格子，在一种方案中为黑，另一种方案中为白

数据范围及约定

对于 100% 的测试数据：

- $n, m \leq 40$
- $1 \leq x \leq n$
- $1 \leq y \leq m$

时间限制：1s

空间限制：64MB

初步想法

同时考虑两个方框的话，情况太多了

先考虑用一个 $a \cdot b$ 的矩形紧紧地框住所有的点

即，框住了所有的点，且每一条边线上至少存在一个点

这样的话，我们枚举矩形的边长然后独立计算其对于答案的贡献就不用去重了

初步想法

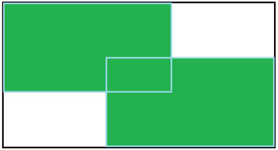
现在问题转化为: 钦点一个 $a \cdot b$ 的矩形，问有多少种涂色方案满足以下两个条件：

1. 每一条边线上至少有一个点
2. 所有点可以被两个 $x \cdot y$ 的方框框住

现在考虑第一个条件，窝萌直接搞一个状压就好

初步想法

考虑第二个条件，合法的方框摆放情况一定长成这样：



注意其是把平面分成两个部分（绿色与白色）并要求所有点在绿色区域中

另外，方框还有一种摆放方式，这两种方式的交集中的格子肯定随便放，但不在交集的那一部分只能有一侧有点

于是我们再加两位，分别表示是否有点在那两块非交集部分

算法实现

于是我们定义 s 为我们提到的二进制状态（共 6 位）

定义 $cnt(s)$ 表示满足二进制状态为 s 的方格的数目

则 DP 方程为:$f(i,j) = \sum_{k|s=j} f(i-1,k) \cdot (2^{cnt(s)} - 1)$

于是我们就在 $O(n^4 + n^2 \cdot 2^{12})$

参考资料

1. http://blog.csdn.net/owen_hzt/article/details/48654955
2. http://jiruyi910387714.is-programmer.com/posts/83734.html
3. https://apps.topcoder.com/wiki/display/tc/TCO+2013+Round+2B
4. http://picks.logdown.com/posts/208980-solutions-to-topcoder-open-2013s-hard-problems